

第3回 測定の不確かさ勉強会

2018-3-13 14:00 ~ 16:00

講師: 渡辺英夫(計量士)

(公社)神奈川県計量協会 研修委員会

第3回 測定の不確かさ勉強会

講師：渡辺英夫(計量士)

- 1974 (株)日立製作所入社
製品品質保証部門
- 1994 事業所内 計測器管理システム構築
- 1996 一般計量士登録(10810号)
神奈川県計量協会・計量士会々員
- 2002 UKAS不確かさ研修プログラム受講
その後、事業所でJCSS 時間・周波数 認定取得
- 2015 (株)日立製作所退職
(現在、日立グループ会社でシニア社員)

2018-3-13 14:00 ~ 16:00

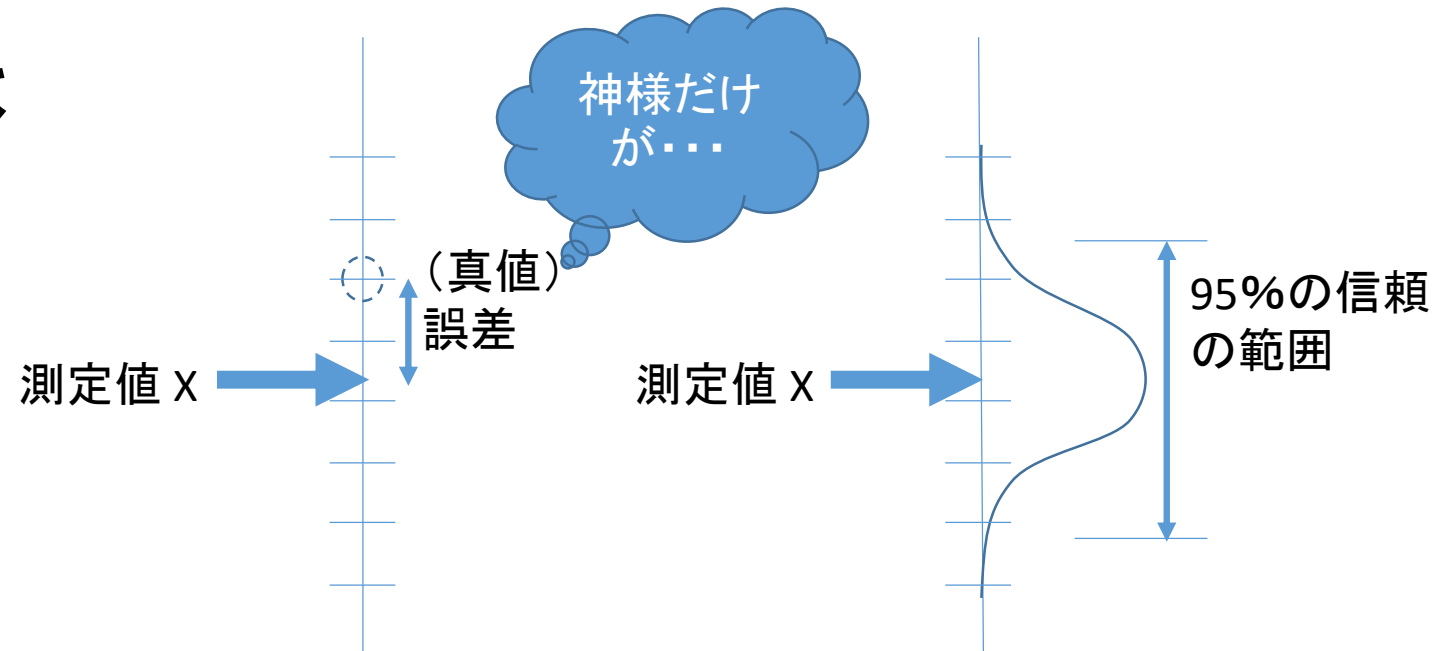
(公社)神奈川県計量協会 研修委員会

目次

- 1 誤差と不確かさ
- 2 不確かさの要因
- 3 不確かさ成分のタイプ
- 4 繰返し測定のはらつき
- 5 平均の標準偏差
- 6 分布の型と標準偏差
- 7 バジェットシート
- 8 不確かさの合成
- 9 包含係数
- 10 有効自由度

11 演習

1. 誤差と不確かさ



誤差 (測定値) - (真値)



測定値 = $X \pm 2\sigma_{\bar{x}}$. . . 不確かさ 誤差、誤差の幅、標準誤差

2. 不確かさの要因

- ・校正の不確かさ、安定性、測定条件（環境、組合せ）、
分解能、校正データの補間、・・・
電気__熱起電力、インピーダンス、接続の再現性、・・・
質量__温度・温度変化、空気浮力、湿度、温度勾配、
偏心、静電気、塵埃、磁性・磁気、・・・
- ・近似、丸め誤差、・・・

何に影響を受けるか？

計測方法、計測器の構造と環境、数値の取扱い

3. 不確かさの成分のタイプ

タイプA: 統計的方法によって評価するもの

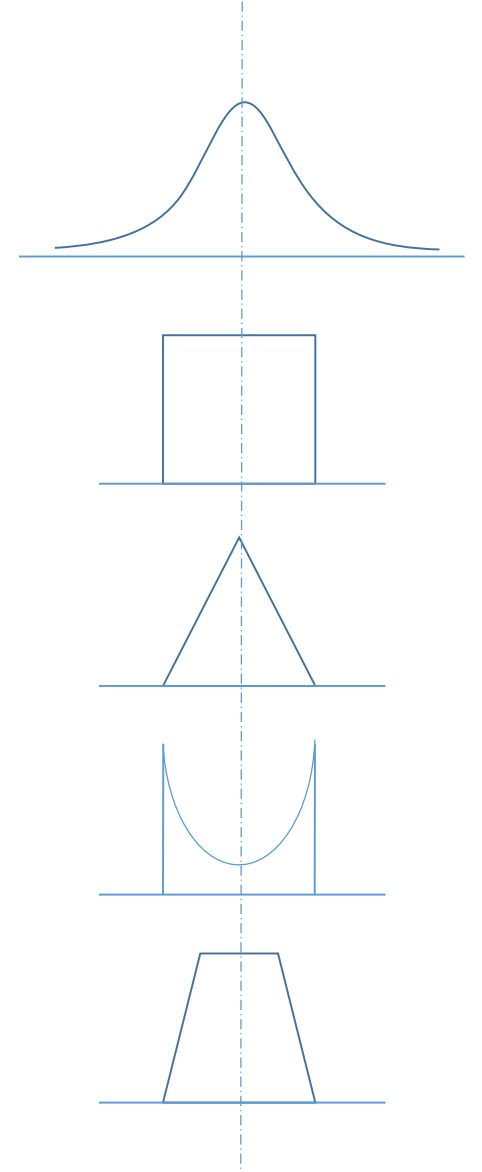
繰返し測定でのばらつき

分布の型__正規分布

タイプB: その他の手段で評価するもの

校正データ、カタログ値、経験値、...

分布の型__正規分布、矩形(一様)分布、三角分布、
U字分布、台形分布



4. 繰返し測定のはらつき

繰返し n 回測定

中心 → 平均値

はらつき → 平均値の標準偏差

$$\text{標準偏差 } s(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}, \quad \text{分散 } s^2(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$\text{平均(値)の分散 } s^2(\bar{x}) = \frac{s^2(x)}{n}$$

$$\Rightarrow \text{平均(値)の標準偏差 } s(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}}$$

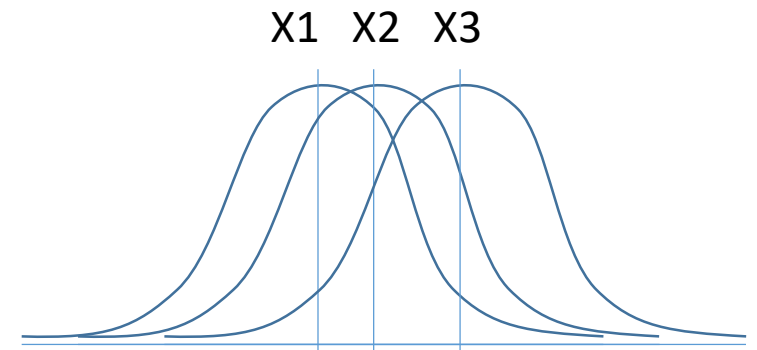
5. 何故、平均の標準偏差？

通常データ (A、B、C、...) のばらつき
⇒ 平均値と標準偏差で把握しますが、

同じものを測って、同じであってほしいところ

ばらつく測定値 X_1 、 X_2 、 X_3 ...

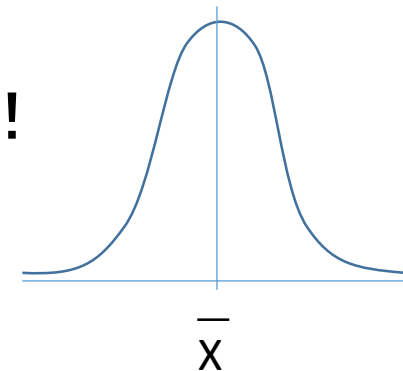
測定値は、その瞬間、瞬間の結果で同じでない。
(表示の分解能が低ければ表面上、同じ数値)



本当の値はどこに → 主体は平均値で、そのバラツキ！

『平均(値)の標準偏差』

Standard deviation of the mean



平均の標準偏差？

平均の標準偏差 σ_{n-1}/\sqrt{n} をシミュレーション

平均値の標準偏差 (標準偏差を \sqrt{N} で割ると「平均の標準偏差」になることの確認)								
	1	2	3	4	5	18	19	20
①	0.6052372	0.4644208	0.8138032	0.4286527	0.5006591	0.6288773	0.4822612	0.5342149
②	0.4501197	0.5140061	0.7168526	0.4056978	0.0605466	0.2001093	0.2902967	0.577431
③	0.5692024	0.4502151	0.3914736	0.4087812	0.6785703	0.2579514	0.6967647	0.5952669
④	0.9158847	0.8345579	0.6042823	0.3277045	0.5569665	0.5940031	0.4819476	0.2862747
⑤	0.496834	0.6525853	0.6437816	0.2624092	0.4125293	0.6614101	0.5236288	0.4777767
⑥	0.4831103	0.3167103	0.3789548	0.3959	0.329942	0.329978	0.4663326	0.423357
⑦	0.588018	0.4834168	0.292984	0.6471015	0.6113185	0.7530176	0.3688597	0.5991569
⑧	0.2546838	0.420594	0.539822	0.3259093	0.4525676	0.2942273	0.0964262	0.6310034
⑨	0.709151	0.5928117	0.7047071	0.4093899	0.5517857	0.2728479	0.2611604	0.5072077
⑩	0.5988149	0.6692925	0.3303547	0.5361002	0.4964446	0.3603012	0.5318083	0.4257857
平均	0.5671056	0.539861	0.5417016	0.4147646	0.465133	0.4352723	0.4199486	0.5057475
(標準偏差)	0.1725661	0.1493364	0.1829423	0.1095878	0.1732057	0.2012478	0.1696623	0.1056787
平均の標準偏差	0.0545702	0.0472243	0.0578514	0.0346547	0.0547725	0.0636401	0.0536519	0.0334185

平均の標準偏差

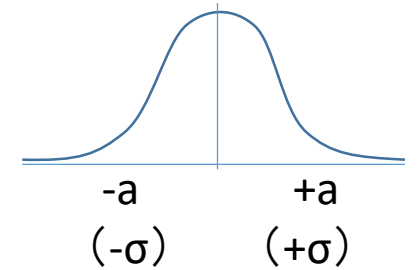
0.053859387

→ 0.054298029

平均

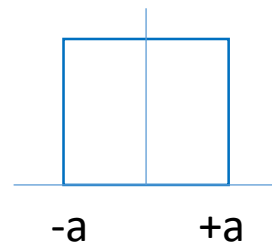
6. 分布の型と標準偏差

正規分布
 $\pm a$



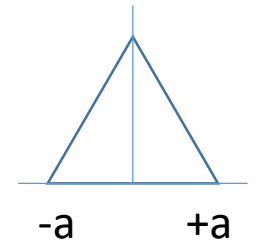
矩形(一様)分布

$$\pm a \rightarrow \pm a/\sqrt{3}$$



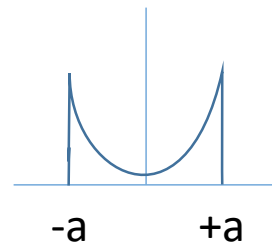
三角分布

$$\pm a \rightarrow \pm a/\sqrt{6}$$



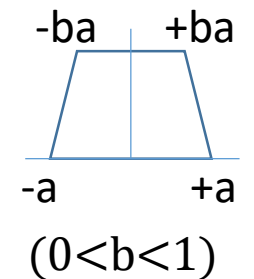
U字分布

$$\pm a \rightarrow \pm a/\sqrt{2}$$



台形分布

$$\pm a, b \rightarrow \pm a \sqrt{\frac{1+b^2}{6}}$$

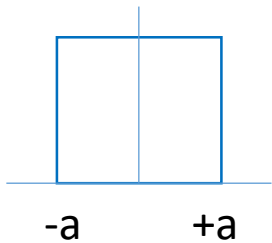


分布の型と標準偏差

シミュレーション

矩形(一様)分布

$$\pm a \rightarrow \pm a/\sqrt{3}$$



矩形分布

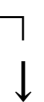
サイの目
1
2
3
4
5
6



サイの目	0	1	2	3	4	5	6	7
度数	0	1	1	1	1	1	1	0

平均 3.5

標準偏差 (σ_{n-1}) 1.8708287



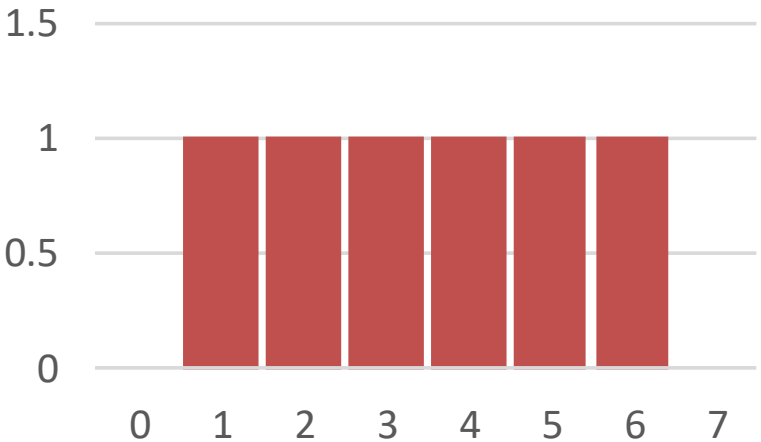
≡

不確かさの幅 (±) 3.2403709



[不確かさの幅 (±)] / $\sqrt{3}$ = 1.870829

矩形分布



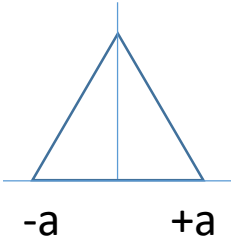
■ サイの目

分布の型と標準偏差

シミュレーション

三角分布

$$\pm a \rightarrow \pm a/\sqrt{6}$$



三角分布

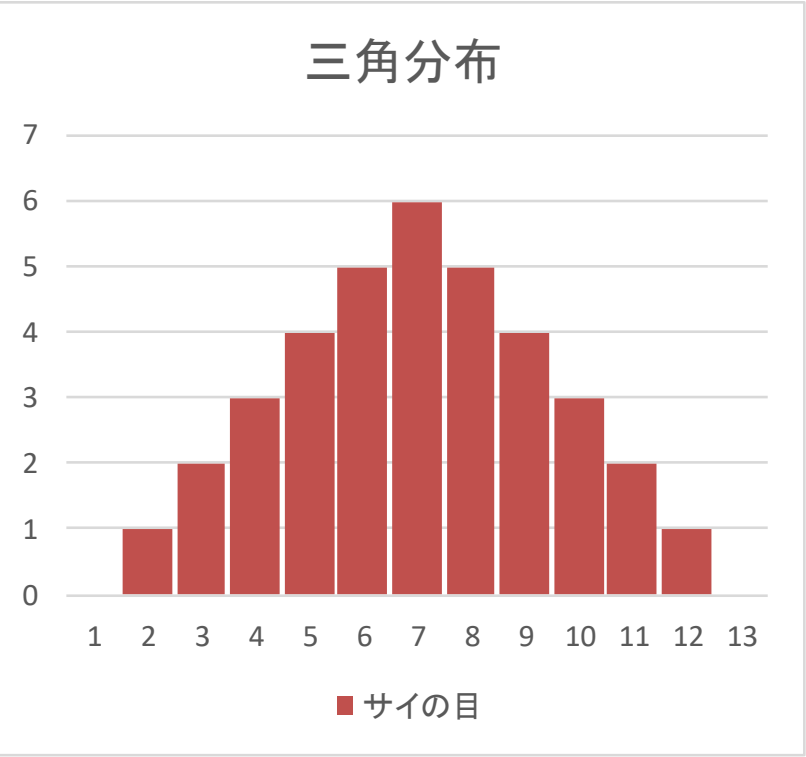
サイの目

一投目	二投目	合計
1	1	→ 2
	2	→ 3
	3	→ 4
	4	→ 5
	5	→ 6
	6	→ 7
2	1	→ 3
	2	→ 4
	3	→ 5
	4	→ 6
	5	→ 7
	6	→ 8
3	1	→ 4
	2	→ 5
	3	→ 6
	4	→ 7
	5	→ 8
	6	→ 9



サイの目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
度数	0	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	0

平均 7
標準偏差 (σ_{n-1}) 2.4494897
↓
=
不確かさの幅 (\pm) 6 ↑
[不確かさの幅 (\pm)] $\div \sqrt{6} = 2.4494897$

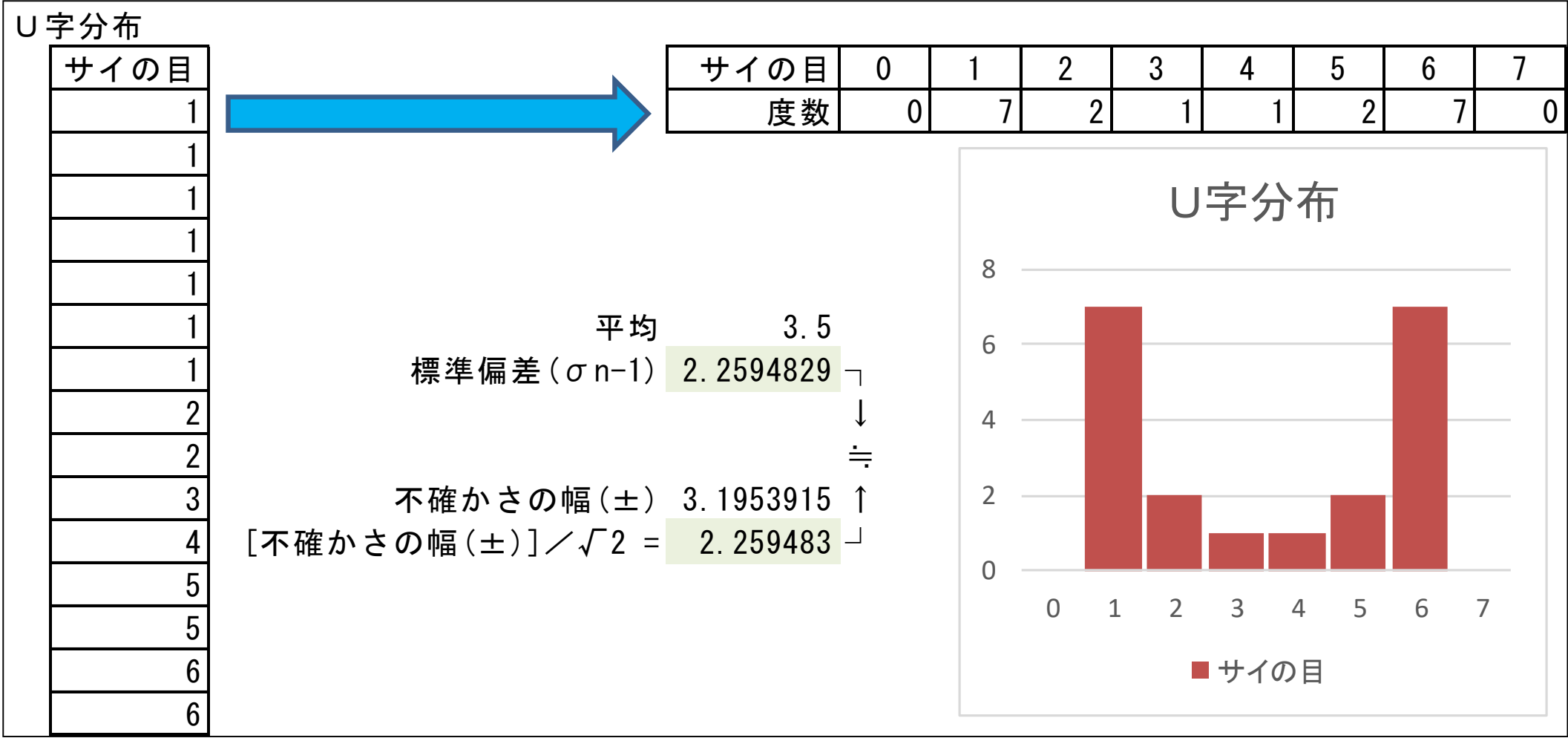
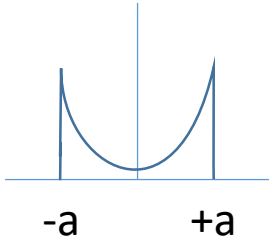


分布の型と標準偏差

シミュレーション

U字分布

$\pm a \rightarrow \pm a/\sqrt{2}$

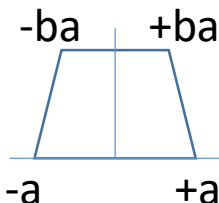


分布の型と標準偏差

シミュレーション

台形分布 $(0 < b < 1)$

$$\pm a, b \rightarrow \pm a \sqrt{\frac{1+b^2}{6}}$$



台形分布

サイの目
1
1
2
2
2
2
3
3
3
3
3
4
4
4

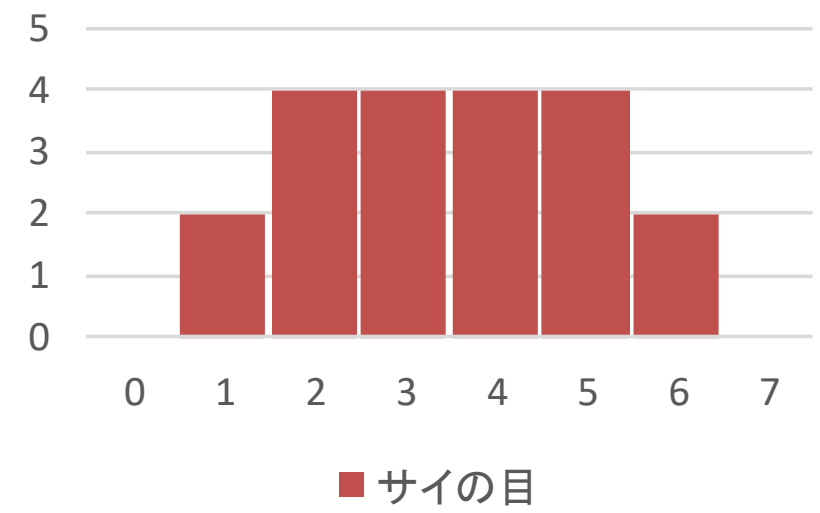


サイの目	0	1	2	3	4	5	6	7
度数	0	2	4	4	4	4	2	0

平均 3.5
標準偏差 (σ_{n-1}) 1.5389675
不確かさの幅 ($\pm b$) 0.4011324
不確かさの幅 ($\pm a$) 3.5
 $a \cdot \sqrt{(1+b^2)/6} = 1.539541$

┐
↓
≡
↑
└

台形分布



7. バジエツトシート

[項目]

- ・不確かさの要因
- ・値(±)、
- ・タイプA/B
- ・除数__1標準偏差への除数
- ・感度係数__単位揃える係数
- ・不確かさへの寄与
- ・自由度
- ・合成標準不確かさ
- ・有効自由度
- ・包含係数
- ・拡張不確かさ

不確かさの算出例			
	測定値	(偏差)	(偏差) ²
1 回目	5.05		
2 回目	5.05		
3 回目	5.00		
4 回目	5.00		
5 回目	5.05		
6 回目	5.00		
7 回目	5.00		
8 回目	5.00		
9 回目	5.05		
10 回目	5.00		
平均		計	
標準偏差			
平均の標準偏差			

不確かさのバジェットシート							
不確かさの要因	値 (±)	タイプ	確率分布	除数	感度係数	不確かさへの寄与 [cm]	自由度
繰返し測定 [cm]		A	正規	1			
計測器の校正値 [mm]	0.05	B	正規	2			
読取り誤差 [mm]	0.05	B	矩形	$\sqrt{3}$			
温度変動 [°C] (鉄の膨張率 0.0000121 [1/K]) 10cm	5	B	矩形	$\sqrt{3}$			
温度測定の不確かさ [°C]	0.2	B	正規	2			
経年変化による影響 [mm]	0.01	B	矩形	$\sqrt{3}$			
...		B		—			
合成標準不確かさ							
有効自由度							
包含係数							

結果	[cm]
拡張不確かさ	[cm]
k =	(信頼の水準約95%)

8. 不確かさの合成

不確かさ成分の合成は、標準偏差の平方和のルート

$$S = \sqrt{Sa^2 + Sb^2 + Sc^2 + \cdots} \quad _ (S^2 = Sa^2 + Sb^2 + Sc^2 + \cdots)$$

$$u_c(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y) + u_3^2(y) + \cdots}$$

9. 包含係数

信頼の水準約95% とするために合成標準不確かさに掛ける係数 k
(正規分布 2σ)

表 1 : 有効自由度 ν_{eff} に対する約95 %の信頼の水準をもつ区間の包含係数 k __t分布表 (t_{95})

ν_{eff}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100	∞
k	12.71	4.3	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.23	2.09	2.01	1.98	1.96

表 2 : 有効自由度 ν_{eff} に対する約95 %の信頼の水準をもつ区間の包含係数 k __t分布表 ($t_{95.45}$)

ν_{eff}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100	∞
k	13.97	4.53	3.31	2.87	2.65	2.52	2.43	2.37	2.32	2.28	2.13	2.05	2.02	2.00

10. 有効自由度

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}}$$

Type-A の自由度 : $v_A = (\text{繰返し測定回数}) - 1$

Type-B の自由度 : $v_B = \infty$ 無限大 $[v_i = v_A, v_{B1}, v_{B2}, v_{B3}, \dots]$

$$\Rightarrow v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum \frac{u_A^4(y)}{v_A}}$$

バジェットシート

[項目]

- ・不確かさの要因
- ・値(±)、
- ・タイプA/B
- ・除数__1標準偏差への除数
- ・感度係数__単位揃える係数
- ・不確かさへの寄与
- ・自由度
- ・合成標準不確かさ
- ・有効自由度
- ・包含係数
- ・拡張不確かさ

不確かさの算出例		測定値	(偏差)	(偏差) ²
1回目		5.05		
2回目		5.05		
3回目		5.00		
4回目		5.00		
5回目		5.05		
6回目		5.00		
7回目		5.00		
8回目		5.00		
9回目		5.05		
10回目		5.00		
平均			計	
標準偏差				
平均の標準偏差				

不確かさのバジェットシート							
不確かさの要因	値(±)	タイプ	確率分布	除数	感度係数	不確かさへの寄与[cm]	自由度
繰返し測定[cm]		A	正規	1			
計測器の校正値[mm]	0.05	B	正規	2			
読取り誤差[mm]	0.05	B	矩形	$\sqrt{3}$			
温度変動[°C] (鉄の膨張率 0.0000121 [1/K]) 10cm	5	B	矩形	$\sqrt{3}$			
温度測定の不確かさ[°C]	0.2	B	正規	2			
経年変化による影響[mm]	0.01	B	矩形	$\sqrt{3}$			
...		B		—			
合成標準不確かさ							
有効自由度							
包含係数							
結果	[cm]						
拡張不確かさ	[cm]						
k=	(信頼の水準約95%)						

11. 演習 ...繰返し測定の不確かさ

不確かさの算出例

	測定値	(偏差)	(偏差) ²
1 回目	5.05		
2 回目	5.05		
3 回目	5.00		
4 回目	5.00		
5 回目	5.05		
6 回目	5.00		
7 回目	5.00		
8 回目	5.00		
9 回目	5.05		
10 回目	5.00		
平均		計	
標準偏差			
平均の標準偏差			

$1/\sqrt{n}$ $\sqrt{\Sigma/(n-1)}$

バジェットシート

不確かさのバジェットシート

[illegible]

文献

- JCSS公開文書__技術適用指針・不確かさガイド、他

<http://www.nite.go.jp/iajapan/jcss/documents/index.htm#n03>

- TS Z0033「測定における不確かさの表現のガイド」

<http://www.jisc.go.jp/app/jis/general/GrvTSTRSearch.html>

→ TS/TR検索で「 Z0033 」(GUM)、「Z0032」(VIM)を検索

- ・「測定における不確かさの表現のガイド」原文(国際度量衡局)

<http://www.bipm.org/en/about-us/> の「PUBLICATIONS」から「Guides in Metrology」を選択。

GUM:Uncertainty in Measurement. (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement)、**VIM**:Vocabulary of Metrology. (International Vocabulary – Basic and General Concepts and Associated Terms)

- ・「計測における不確かさの表現のガイド」日本規格協会(1996年)

蛇足

バジェットシートなど、Excelに計算式を仕組んでおくと便利ですが、
数値は15桁が限界！

1111111111 X 1111111111 は、12345678987654321を
期待しますが、12345678987654300 となってしまいます。

0.1111111111 X 0.1111111111 は、
0.0123456789876543 となってしまいます。